Disequazioni logaritmiche

1. Si risolva la seguente equazione logaritmica:

$$\log_3 x > 2$$

Tenuto presente la condizione di esistenza del logaritmo e cioè

$$x > 0$$

si ha:

$$x > 3^2$$

.

2. Si risolva la seguente equazione logaritmica:

$$\log_{\frac{1}{2}} x > 3$$

Tenuto presente la condizione di esistenza del logaritmo e cioè

$$x > 0$$

si ha:

$$x < \left(\frac{1}{2}\right)^3$$

Pertanto la soluzione è:

$$0 < x < \left(\frac{1}{2}\right)^3$$

3. Si risolva la seguente equazione logaritmica:

$$\log(2x+1) > 1$$

Tenuto presente la condizione di esistenza del logaritmo, la soluzione della disequazione sarà la soluzione del seguente sistema:

$$\begin{cases} 2x+1 > 0 \\ \log(2x+1) > 1 \end{cases} \begin{cases} 2x > -1 \\ (2x+1) > e^1 \end{cases} \begin{cases} x > -\dfrac{1}{2} \\ x > e-1 \end{cases}$$

La cui parte comune, soluzione del sistema è: $x > e-1$

4. Si risolva la seguente equazione logaritmica:

$$\log(2x+1)+\log(x+1)<0$$

Per la proprietà della somma tra logaritmi possiamo scrivere:

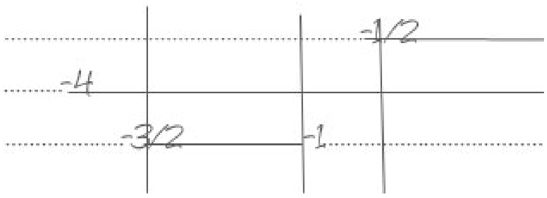
$$\log(2x+1)(x+4)<0$$

Tenuto conto anche delle condizione di esistenza dei due logaritmi si ha chi il sistema seguente darà le soluzioni dell'equazione data:

$$\begin{cases}(2x+1)>0\\(x+4)>0\\(2x+1)(x+4)<1\end{cases}$$

$$\begin{cases}x>-\dfrac{1}{2}\\x>-4\\2x^2+5x+3<0\end{cases}\quad\begin{cases}x>-\dfrac{1}{2}\\x>-4\\-\dfrac{3}{2}<x<-1\end{cases}$$

Rappresentiamo:



Non c'è nessuna parte comune, pertanto la disequazione non ammette soluzioni.

5. Si risolva la seguente equazione logaritmica:

$$\log_2 x-\log_2(5-x)>2$$

Tale equazione esiste per

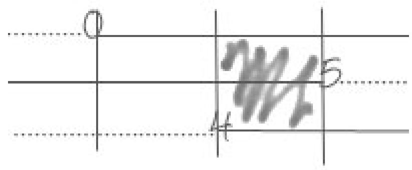
$$x>0;5-x>0$$

Che metteremo a sistema con la disequazione data scritta: $\log_2\dfrac{x}{(5-x)}>2$

$$\begin{cases}x>0\\5-x>0\\\log_2\dfrac{x}{(5-x)}>2\end{cases}$$

$$\begin{cases} x>0 \\ 5-x>0 \\ \log_2 \dfrac{x}{(5-x)}>2 \end{cases} \quad \begin{cases} x>0 \\ x<5 \\ \dfrac{x}{(5-x)}>2^2 \end{cases} \quad \begin{cases} x>0 \\ x<5 \\ x>4(5-x) \end{cases} \quad \begin{cases} x>0 \\ x<5 \\ x>20-4x \end{cases} \quad \begin{cases} x>0 \\ x<5 \\ x>4 \end{cases}$$

Rappresentiamo le soluzioni:



Pertanto la soluzione è:

$$0<x<4$$

6. Si risolva la seguente equazione logaritmica:

$$\log_{\frac{1}{5}}(2-x)-\log_{\frac{1}{5}}(2x-3)<\log_{\frac{1}{5}}(6-x)$$

Tale equazione esiste per

$$\begin{cases} 2-x>0 \\ 2x-3>0 \\ 6-x>0 \end{cases}$$

Che metteremo a sistema con la disequazione data scritta:

$$\log_{\frac{1}{5}}\frac{(2-x)}{(2x-3)}-\log_{\frac{1}{5}}-\log_{\frac{1}{5}}(6-x)<0$$

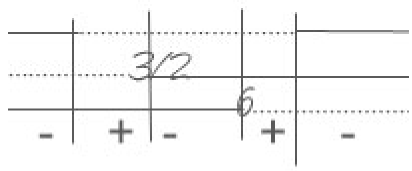
$$\log_{\frac{1}{5}}\frac{(2-x)}{(2x-3)(6-x)}<0$$

$$\begin{cases} 2-x>0 \\ 2x-3>0 \\ 6-x>0 \\ \log_{\frac{1}{5}}\dfrac{(2-x)}{(2x-3)(6-x)}<0 \end{cases} \quad \begin{cases} x<2 \\ x>\dfrac{3}{2} \\ x>6 \\ \dfrac{(2-x)}{(2x-3)(6-x)}>1 \end{cases} \quad \begin{cases} x<2 \\ x>\dfrac{3}{2} \\ x>6 \\ \dfrac{(2-x)}{(2x-3)(6-x)}-1>0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x<2 \\ x>\dfrac{3}{2} \\ x>6 \\ \dfrac{(2-x)-(2x-3)(6-x)}{(2x-3)(6-x)}>0 \end{cases} \quad \begin{cases} x<2 \\ x>\dfrac{3}{2} \\ x>6 \\ \dfrac{2x^2-10x-16}{(2x-3)(6-x)}>0 \end{cases}$$

Risolviamo a parte $\dfrac{2x^2-10x-16}{(2x-3)(6-x)}>0$

$$\left[\begin{array}{l} 2x^2-10x-16>0 \\ (2x-3)>0 \\ (6-x)>0 \end{array}\right. ; \quad \left[\begin{array}{l} x<\dfrac{5-\sqrt{57}}{2};\, x>\dfrac{5+\sqrt{57}}{2} \\ x>\dfrac{3}{2} \\ x<6 \end{array}\right.$$



La soluzione della disequazione fratta è: $\dfrac{5-\sqrt{57}}{2}<x<\dfrac{3}{2}\cup 6<x<\dfrac{5+\sqrt{57}}{2}$

$$\begin{cases} x<2 \\ x>\dfrac{3}{2} \\ x>6 \\ \dfrac{5-\sqrt{57}}{2}<x<\dfrac{3}{2}\cup 6<x<\dfrac{5+\sqrt{57}}{2} \end{cases}$$

tale sistema non ammette parti comuni, pertanto la soluzione dell'equazione data è $\varnothing$